

DOI: 10.7652/xjtuxb202003006

间隙球铰接触区域快速检索及磨损问题 高效求解方法

宿月文^{1,3}, 陈渭², 阮冬³

- (1. 宝鸡文理学院陕西省机器人关键零部件先进制造与评估省市共建重点实验室, 721016, 陕西宝鸡;
2. 西安交通大学现代设计及转子轴承系统教育部重点实验室, 710049, 西安;
3. 斯文本科技大学理工学院机械与产品设计工程系, 3122, 墨尔本, 澳大利亚)

摘要: 针对多体系统中间隙球铰接触磨损计算效率低的问题,提出一种基于查找表的间隙球铰接触区域检索和磨损预测方法。将球铰接触界面离散化,并将离散点的几何位置、运动参数及磨损信息存储为查找表;任一瞬时球铰内接触探测可通过检索查找表的方式来实现,避免逐点计算空间距离的复杂性;采用修正的赫兹接触模型求解微间隙球面共形接触问题,相对有限元方法有较高计算效率,并可获得较精确的应力分布;在统一计算模型下实现多体力学与接触磨损分析的有效集成。含间隙球铰的空间连杆机构动力学与磨损耦合分析结果表明:曲柄 10^5 转磨损周期内,球铰磨损区域基本位于纬度 $-30^{\circ}\sim 80^{\circ}$ 之间,在经度方向的磨损区域随时间而逐渐扩展;总计算耗时为 83 min,较有限元接触磨损分析具有更高的计算效率。

关键词: 间隙球铰;接触探测;磨损预测;查找表

中图分类号: TH117.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2020)03-0041-08

Efficient Contact Position Detection and Wear Prediction for Spherical Joint in Spatial Multibody System

SU Yuewen^{1,3}, CHEN Wei², RUAN Dong³

- (1. Shaanxi Key Laboratory of Advanced Manufacturing and Evaluation of Robot Key Components, Baoji University of Arts and Sciences, Baoji, Shaanxi 721016, China; 2. Key Laboratory of Education Ministry for Modern Design and Rotor-Bearing System, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. Department of Mechanical and Product Design Engineering, Faculty of Science, Engineering and Technology, Swinburne University of Technology, Melbourne 3122, Australia)

Abstract: A new contact analysis approach based on lookup table is proposed to deal with the problem of low calculation efficiency involved in wear prediction for clearance ball joint in multi-body system considering the interaction between wear and mechanical dynamics. The proposed method utilizes lookup table to store the geometric position, kinematical parameters and wear depth of discrete points on the surface of the ball joint after the contact surface is discretized as regular and representative points. By checking the table, required information can be extracted to determine contact location instead of calculating the spatial distance of contact points. Accurate contact stress distribution for conformal contact with micro clearance is gained using modified Hertz model with less computational cost than finite element method. Thus, multi-body

dynamics and contact wear can be integrated into the unified model efficiently. A spatial linkage mechanism with ball joints containing clearance is taken as example to verify the proposed method. Numerical results show that the wear occurs dominantly in the latitude interval of $-30^\circ \sim 80^\circ$ the wear region and the wear region expands greatly along longitude direction after 10^5 revolutions of crank, the computation time is only 83 min, and higher calculation efficiency is obtained compared with finite element analysis.

Keywords: spherical joint with clearance; contact detection; wear prediction; lookup table

机械系统的接触、摩擦、磨损增加了其动力学建模与计算分析的复杂度^[1]。含微小间隙球铰的接触属于典型的共形接触,其磨损造成的接触轮廓、配合间隙的动态变化及界面不规则性^[2]既影响界面接触应力分布的计算,还影响润滑状态的识别与油膜载荷的计算。

目前不同学者针对含间隙运动副的机械系统动力学做了大量研究,但是多数成果集中于平面铰接副领域。平面微间隙铰属于共形圆柱内接触,其典型接触力模型有 Persson 模型^[3]、Goldsmith 模型^[4]、Caishan Liu 模型^[5]。这3个模型没有考虑接触过程的能量损失,因此 Lankarani 和 Nikravesh 提出了考虑接触能量耗散以及接触材料、变形和碰撞速度等因素,构建了包含弹性力和阻尼力的接触力学模型,并得到了广泛应用^[6]。Flores 在 Lankarani 模型的基础上修正了阻尼因子,进一步扩展了模型的适用范围^[7],Lankarani 及 Flores 的模型同样可适用于空间球铰。上述模型都是用于构建铰接副接触反力,而无法获得磨损分析的关键信息,即界面接触应力分布。Su 等采用有限元方法和 Ansys 软件计算平面铰接副的界面接触应力,并进行磨损预测^[8]。Wang 等采用同样的方法分析了球铰的接触应力和磨损问题^[9],但是有限元方法的计算量大、效率低,而且有限元接触分析常通过成熟的商用软件来实现,与机械动力学、接触反力计算以及磨损预测三者都是相互独立的^[10],耦合度低导致集成分析效率不高。Ehsan 等采用赫兹理论获取球铰的界面接触应力^[11],但是赫兹理论以小变形和弹性半空间为前提,若用于求解球铰等微间隙共形接触问题,存在较大误差^[12]。可见,较为理想的表达方式是基于统一的数学力学模型,既能适用于多体动力学分析中的间隙球铰接触反力计算,又可实现界面接触应力、磨损预测及表面动态更新,从而实现统一集成的新的接触磨损模型构建方法,以提高空间多体系统和间隙球铰接触磨损集成分析的计算效率。

本文提出了一种间隙球铰接触区域快速检索和

定位以及接触应力分布的求解方法,实现多体系统动力学与接触磨损耦合问题的高效求解。通过将球铰表面按给定规律离散为数据点,并将各数据点关键信息有序存储为查找表,通过检索该查找表实现快速接触探测;同时,基于该查找表,并结合修正的赫兹模型得到各数据点接触应力以进行磨损预测;最后通过空间连杆机构间隙球铰的接触磨损计算对本文方法进行了验证。

1 离散化球面的接触状态快速检测

1.1 接触区域离散化及离散点的索引存储方法

间隙球铰的几何结构如图1所示,球铰由球体与球座组成。实际上球铰的间隙会导致运行过程中球体和球座之间产生接触力,进而产生磨损。无论是多体系统动力学分析的铰接副反力计算,还是磨损预测的接触应力分析,都需要进行接触点检测。为克服基于有限元法的接触分析带来的计算成本问题,本文采用球面离散化的方法将其细分为若干节点,并将节点的空间位置信息进行排序并存储为查找表,然后通过快速检索查找表的方法来检测接触点。

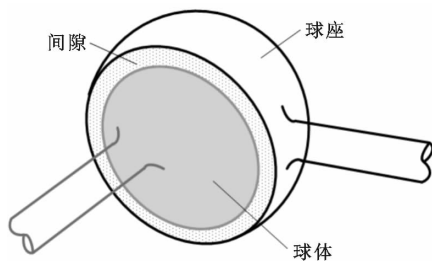


图1 间隙球铰的几何结构

构建半径为 R 的球面参数化方程

$$s(u, v) = \begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \\ z = z(u, v) \end{cases} \quad (1)$$

式中 u, v 为表面轮廓离散点极坐标自变量。笛卡尔坐标系下的球面的参数化方程为

$$s(u,v)=\begin{cases}x=R\cos u\cos v\\y=R\cos u\sin v\\z=R\sin u\end{cases}\quad (2)$$

图 2 给出了球面离散及节点几何信息表达,根据方程式(2)对球面进行离散化,然后求取每个离散点的切向量与法向量,公式为

$$\left. \begin{aligned}t^u &\equiv t^u(u,v) = \frac{\partial s(u,v)}{\partial u} \\t^v &\equiv t^v(u,v) = \frac{\partial s(u,v)}{\partial v}\end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$n \equiv n(u,v) = \frac{t^u t^v}{|t^u t^v|} \quad (4)$$

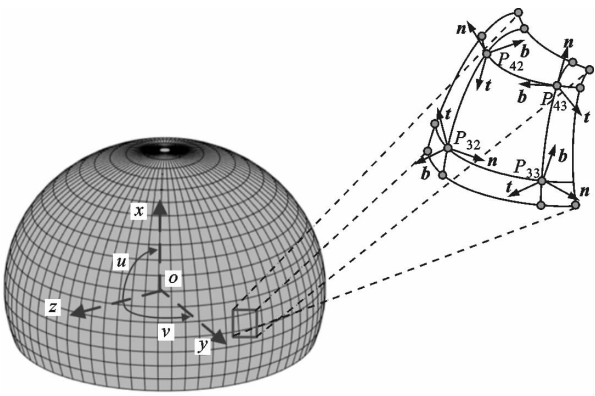


图 2 球面离散及节点几何信息表达

通过式(3)(4),得到每个离散点在笛卡尔坐标下的切向量 t 和副法向量 b ,即

$$t = \frac{t^u}{|t^u|} \quad (5)$$

$$b = nt \quad (6)$$

球面上每个离散点的信息可通过 15 个变量来表达: u,v 为极坐标下的自变量;笛卡尔坐标下离散点的

坐标为 (x,y,z) ;法向量为 (n_x,n_y,n_z) ;切向量和副法向量为 $(t_x^u,t_y^u,t_z^u,b_x^v,b_y^v,b_z^v)$;磨损量为 w 。

图 3 给出了球面离散节点位置、磨损信息存储查找表格式,将所有离散点按照其极坐标顺序编号,并为每个离散点的 15 个变量顺序排列,从而形成给定格式的查找表。这一查找表可为接触区域的判定、接触力计算以及磨损计算提供基础数据。

1.2 接触点探测定位与运动参数计算

含间隙球铰系统动力学及磨损分析的每一时刻都需要对球体与球座的接触状态进行探测。图 4 给出了表面空间任意两点位置的矢量表达,假定 i,j 分别表示球体和球座; $(\xi\eta\zeta)_i,(\xi\eta\zeta)_j$ 表示固连在球体和球座所属构件质心处局部坐标系, P 和 Q 分别表示球体和球座上的任一点,且两点距离矢量 $d=r_P-r_Q$,那么在整体坐标系下, P 和 Q 的坐标为

$$\left. \begin{aligned}r_P &= r_i + A_i S_P^T \\r_Q &= r_j + A_j S_Q^T\end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: r_i 和 r_j 分别表示局部坐标系 $(\xi\eta\zeta)_i,(\xi\eta\zeta)_j$ 相对整体坐标系的位置矢量; S_P 和 S_Q 为 P 和 Q 点在各自局部坐标系中的位置矢量; A_i 和 A_j 为坐标变换矩阵。

给定 n_P,t_P,b_P 和 n_Q,t_Q,b_Q 分别表示点 P 和 Q 的三维正交矢量,那么 P 和 Q 两点接触必须满足两点连线矢量垂直于各自的切平面的条件,如下式

$$\left. \begin{aligned}d^T t_Q &= 0 \\d^T b_Q &= 0 \\d^T t_P &= 0 \\d^T b_P &= 0\end{aligned} \right\} \quad (8)$$

同时,还必须满足 $\delta=d^T n_Q \leq 0$,否则 P 和 Q 两点处

				$w(u_1,v_1)$	$w(u_2,v_1)$	$w(u_3,v_1)$	...
				$b_z(u_1,v_1)$	$b_z(u_2,v_1)$	$b_z(u_3,v_1)$	...
				$b_y(u_1,v_1)$	$b_y(u_2,v_1)$	$b_y(u_3,v_1)$	...
				$b_x(u_1,v_1)$	$b_x(u_2,v_1)$	$b_x(u_3,v_1)$	...
				$t_z(u_1,v_1)$	$t_z(u_2,v_1)$	$t_z(u_3,v_1)$	...
				$t_y(u_1,v_1)$	$t_y(u_2,v_1)$	$t_y(u_3,v_1)$	...
				$t_x(u_1,v_1)$	$t_x(u_2,v_1)$	$t_x(u_3,v_1)$	...
				$n_z(u_1,v_1)$	$n_z(u_2,v_1)$	$n_z(u_3,v_1)$	...
				$n_y(u_1,v_1)$	$n_y(u_2,v_1)$	$n_y(u_3,v_1)$	...
				$n_x(u_1,v_1)$	$n_x(u_2,v_1)$	$n_x(u_3,v_1)$	...
				$z(u_1,v_1)$	$z(u_2,v_1)$	$z(u_3,v_1)$	...
				$y(u_1,v_1)$	$y(u_2,v_1)$	$y(u_3,v_1)$	...
				$x(u_1,v_1)$	$x(u_2,v_1)$	$x(u_3,v_1)$	...
$v \downarrow$	$u \rightarrow$	$P(u_1,v_1)$	$P(u_2,v_1)$	$P(u_3,v_1)$	...		
		$P(u_1,v_2)$	$P(u_2,v_2)$	$P(u_3,v_2)$	...		
		$P(u_1,v_3)$	$P(u_2,v_3)$	$P(u_3,v_3)$	...		
		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		

图 3 球面离散节点位置、磨损信息存储查找表格式

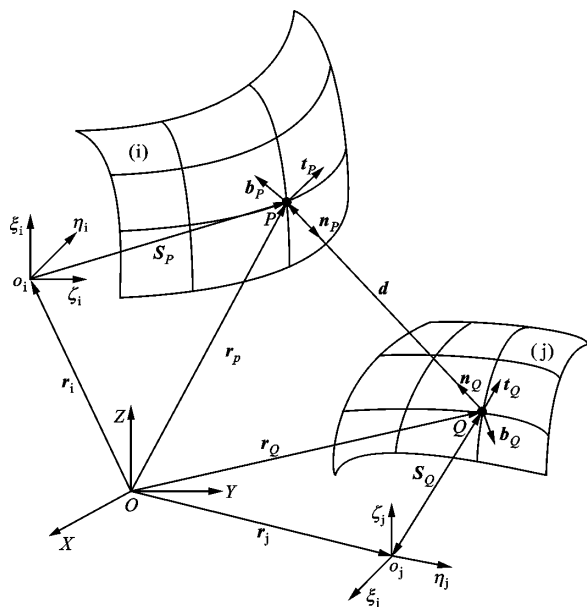


图4 表面空间任意两点位置的矢量表达

于分离状态。

分析含间隙球铰多体系统的动力学特性时,需要考虑球体与球座相互碰撞时的阻尼耗散,该耗散力与球体和球座间的相对碰撞速度有关。碰撞过程中 P 、 Q 两点互相逼近,直到两点位置重合,发生接触碰撞。接触时刻两接触体各自的速度为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_P = \dot{\mathbf{r}}_i + \dot{\mathbf{A}}_i \mathbf{S}_P + \mathbf{R}_P \dot{\mathbf{n}}_P \\ \dot{\mathbf{r}}_Q = \dot{\mathbf{r}}_j + \dot{\mathbf{A}}_j \mathbf{S}_Q + \mathbf{R}_Q \dot{\mathbf{n}}_Q \end{cases} \quad (9)$$

两接触点的相对法向速度和切向速度分别为

$$\mathbf{v}_N = [(\dot{\mathbf{r}}_P - \dot{\mathbf{r}}_Q)^T \mathbf{n}] \mathbf{n} \quad (10)$$

$$\mathbf{v}_T = (\dot{\mathbf{r}}_P - \dot{\mathbf{r}}_Q)^T - \mathbf{v}_N \quad (11)$$

1.3 球铰接触力模型

间隙球铰中的球体与球座发生碰撞接触时,将产生接触力。接触力分为法向接触力和切向摩擦力两部分。由于间隙存在,间隙球铰约束将由几何约束转变为力约束。法向接触力表达式为

$$F_N = K_N \delta^l + D \dot{\delta} \quad (12)$$

式中: K_N 为法向接触刚度; D 为阻尼系数; δ 为接触深度; $\dot{\delta}$ 为接触速度; l 为接触刚度指数。

Wang 根据 Liu 的结果,提出了能够适应微间隙共形接触的接触刚度系数模型^[9,13],即

$$K_N = \frac{\sqrt{2}}{5} \pi R_j E \delta \frac{2\delta^2 + 7\Delta R \delta + 8\Delta R^2}{(\Delta R + \delta)^{5/2} (2\Delta R + \delta)^{1/2}} \quad (13)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i} + \frac{1 - \nu_j^2}{E_j} \quad (14)$$

式中: R_j 为球座半径; ΔR 为球体与球座的半径差; E_i 、 E_j 分别为球体与球座的材料弹性模量; ν_i 、 ν_j 分别为球体与球座的材料泊松比。需要注意,式(13)

中 R_j 与 ΔR 都将随着磨损进程而变化。

机械系统中球体与球座的接触力学建模,还需要考虑接触过程的能量损耗。能量损耗与恢复系数 c_r 密切相关;当 c_r 趋于 1 时,表明接触过程趋于纯弹性;当 c_r 趋于 0 时,表明接触趋于纯塑性。Flores 提出了可满足 c_r 从 0 到 1 不同情况的阻尼模型^[2]

$$D = \frac{8(1 - c_r)}{5c_r} \frac{K_N}{|\mathbf{v}_N^0|} \delta^l \quad (15)$$

式中: $\mathbf{v}_N^0$ 为开始接触时刻的相对法向速度。综合式(13)~(15),可得到完整的法向接触力计算模型

$$F_N = K_N \delta^l \left[1 + \frac{8(1 - c_r)}{5c_r} \frac{\dot{\delta}}{|\mathbf{v}_N^0|} \right] \quad (16)$$

切向摩擦力常采用 Coulomb 模型^[14],但没有考虑滑动速度对摩擦因数的影响,因此 Coulomb 摩擦力是不连续的摩擦力,在数值计算时不能很好地处理由速度变化造成的摩擦力方向变换的问题。文献[15]对 Coulomb 模型进行了修正,其表达式如下

$$\mathbf{F}_t = \mu_d c_d F_N \frac{\mathbf{v}_t}{|\mathbf{v}_t|} \quad (17)$$

$$c_d = \begin{cases} 0, & |\mathbf{v}_t| \leq v_0 \\ \frac{|\mathbf{v}_t| - v_0}{v_m - v_0}, & v_0 < |\mathbf{v}_t| < v_m \\ 1, & |\mathbf{v}_t| \geq v_m \end{cases} \quad (18)$$

式中: μ_d 为滑动摩擦因数; $\mathbf{v}_t$ 为相对速度; v_0 和 v_m 是给定的速度极限值。这种模型的摩擦因数随速度变化,可避免速度接近 0 时摩擦力转换的问题。

1.4 含间隙球铰的系统动力学方程

含间隙球铰的空间多体系统中,通常用力约束代替位置约束,因此需要更新约束方程,并把间隙球铰产生的接触力纳入多体系统动力学方程,即将接触力形成的力和力矩用一个广义碰撞力 $\mathbf{F}$ 来表示^[16],进而得出含间隙的多刚体系统的动力学方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{\Phi}_q^T \\ \mathbf{\Phi}_q & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} + \mathbf{F} \\ \boldsymbol{\gamma} - 2\alpha\dot{\boldsymbol{\Phi}} - \beta^2 \boldsymbol{\Phi} \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{\Phi}_q$ 为约束方程的雅可比矩阵; $\boldsymbol{\lambda}$ 为拉格朗日乘子列阵; $\mathbf{Q}$ 为系统所受除接触力外的广义力。

2 球铰磨损计算方法

2.1 磨损计算方法

由于磨损问题,工程实际中间隙球铰的球体外表面和球座的内表面不再是规则球面,而是不规则的表面。这时球铰的间隙不是定值,而是随着各离散点坐标的变化而变化的,其间隙值可以表示为

$$c = |\mathbf{R}_i(u, v)| - |\mathbf{R}_j(u, v)| \quad (20)$$

式中: $R_i(u,v)$ 和 $R_j(u,v)$ 分别表示球体的外表面和球座的内表面的曲率半径,二者均依据磨损深度而变化,即

$$\left. \begin{aligned} R_i(u,v) &= R_{i0} + \Delta h_i(u,v) \\ R_j(u,v) &= R_{j0} - \Delta h_j(u,v) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

其中 $\Delta h_i(u,v)$ 和 $\Delta h_j(u,v)$ 分别表示球体的外表面和球座内表面的磨损深度。

球铰的磨损深度 h 采用 Archard 模型^[17],可由下式表示

$$h = kps \quad (22)$$

式中: k 为磨损因数; p 为接触压力; s 为滑动距离。如果将磨损过程离散为若干磨损计算步长,那么每个步长的累积磨损深度可由下式得到

$$\Delta h(u,v) = kp(u,v,t)\Delta s(u,v,t) \quad (23)$$

式中: $p(u,v,t)$ 为 t 时刻的接触压力; $\Delta s(u,v,t)$ 为 t 时刻的滑动距离。式(23)中涉及 3 个关键参数,分别是磨损因数、接触压力和滑动距离。后两者不仅跟时间有关,也跟具体接触点坐标 (u,v) 有关。

2.2 球体与球座的相对滑动距离的确定

图 5 给出了接触区域及接触点角位置,假设 Q 为接触面上任意一点, φ 是 P_jQ_j 和 P_jQ 的夹角且满足

$$\overline{P_jQ_j} \cdot \overline{P_jQ} = R_j^2 \cos \varphi \quad (24)$$

根据上式可求得 φ ,且当 $\varphi > \varphi_{\max}$ 时,接触压力为 0。 Q_j 点的滑动距离为

$$\Delta s = \left((x_j^Q(t) - x_j^Q(t-1))^2 + (y_j^Q(t) - y_j^Q(t-1))^2 + (z_j^Q(t) - z_j^Q(t-1))^2 \right)^{1/2} \quad (25)$$

2.3 适用微间隙的球铰共形接触应力分布计算

面向磨损求解的球铰的接触应力问题,通常可以由有限元法或解析法来实现。Wang、Alexander 等采用有限元分析软件 Ansys 求解球铰的接触应

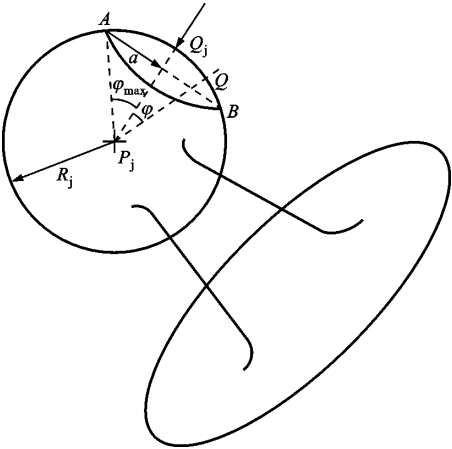


图 5 接触区域及接触点角位置

力^[9,18],但是这种方法计算成本很高。经典的赫兹理论也可以求解球接触问题^[19],但是应用于微小间隙球铰的共形接触时误差很大。本文采用 Fang 等提出的针对微小间隙球铰的接触应力分布计算式^[20]

$$\left. \begin{aligned} p(r) &= p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^n \\ p_0 &= (n+1) \frac{F_N}{\pi a^2} \\ \delta &= 4(k_1 + k_2) B p_0 a \\ a &= \left[\frac{4BR_iR_j(k_1 + k_2)F_N(n+0.5)(n+1)}{\pi(g\Delta R + C)} \right]^{1/3} \\ n &= 0.5 - 0.24 \exp \left[-15.08 \left(1 - \frac{a}{R_j} \right) \right] \\ B &= \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(n+1)}{3\Gamma(3/2+n)} \\ C &= \frac{3.8304B(k_1 + k_2)F_N}{\pi R_j} \\ g(a) &= \frac{2}{\pi} + \left(\frac{a}{R_j} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中: p_0 是最大接触应力; a 是接触面的半径; r 是接触面上任一点距离接触中心的距离; n 是常数; $p(r)$ 是接触应力分布函数; F_N 为法向力; k_1 和 k_2 表达式为

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{1 - v_i^2}{\pi E_i} \\ k_2 &= \frac{1 - v_j^2}{\pi E_j} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

2.4 磨损表面节点位置更新

磨损导致材料的去除和几何尺寸的改变,可通过节点位置的变化来模拟,即沿法向移动节点,需要确定每个接触表面节点的法向矢量。图 6 给出了空间节点位置法向确定的示意图,离散化磨损面上任一点 m 和与其相邻的 4 个节点形成 4 个向量分别为 $r_m^1, r_m^2, r_m^3, r_m^4$,由相邻的两个向量可表达围绕节

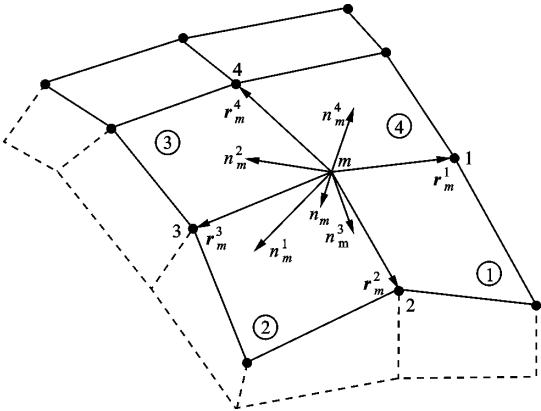


图 6 空间节点法向的确定示意图

点 m 的 4 个微小平面,并可计算出对应的 4 个微小平面的法向量 $\boldsymbol{n}_m^1, \boldsymbol{n}_m^2, \boldsymbol{n}_m^3, \boldsymbol{n}_m^4$ 。节点 m 的法矢量 $\boldsymbol{n}_m$ 可视为上述 4 个法向量的平均值,即

$$\boldsymbol{n}_m = \frac{1}{|\boldsymbol{n}_m^1 + \boldsymbol{n}_m^2 + \boldsymbol{n}_m^3 + \boldsymbol{n}_m^4|}(\boldsymbol{n}_m^1 + \boldsymbol{n}_m^2 + \boldsymbol{n}_m^3 + \boldsymbol{n}_m^4)$$

(28)

磨损表面节点位置沿着 $\boldsymbol{n}_m$ 方向变化,具体而言:对于球铰中球体的表面, $\boldsymbol{n}_m$ 表示内法向;对于球座, $\boldsymbol{n}_m$ 表示外法向。其位置变化量即对应于磨损深度,可根据式(21)计算。

3 空间连杆机构的间隙球铰接触磨损预测

球铰接触界面由于磨损而动态变化,从而引起间隙的变化。通过求解机构动力学方程得到其动力学状态参数以及间隙铰接副反力,其反力被输入到磨损分析模块求得铰接副接触界面的磨损量,并更新磨损后的轮廓及间隙尺寸。新的铰接副将被再次代入多体动力学分析模块,求得新的间隙尺寸下的铰接副反力,进入下一个磨损分析流程。如此反复迭代,可实现多体动力学和磨损分析的动态集成,具体流程如图 7 所示。

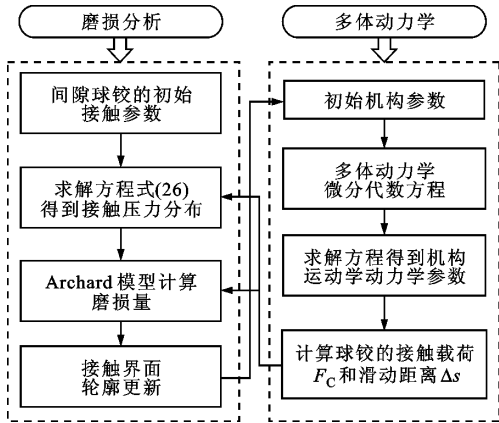


图 7 空间连杆机构的间隙球铰的接触磨损集成分析流程

采用图 8 所示的空间连杆机构,基于集成分析流程,对间隙球铰的接触磨损进行预测。该机构中除固定基础构件(地面)外,还包含 3 个连杆,即曲柄(AB)、连杆(BC)、摇杆(CD)。机构约束共有 2 个转动铰以及 2 个球铰。其中:曲柄与地面由理想转动副连接,并且绕 X 轴转动;摇杆与地面的约束由理想转动副连接,并且绕 Y 轴转动;曲柄与摇杆由理想球铰连接;摇杆与连杆的约束为含间隙的球铰。曲柄 AB 为驱动杆,转速为 120 r/min。系统中各连杆的几何参数见表 1,间隙球铰的相关参数见表 2。

本文假设所有杆件均为刚体,间隙球铰中球体被视为纯刚性,仅考虑球座弹性并研究其磨损问题。铰接副的接触磨损参数见表 3,其中摩擦因数与磨损率由销盘摩擦实验机测量得到^[21]。

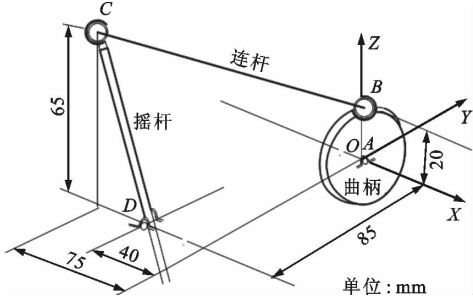


图 8 空间连杆机构简图

表 1 空间连杆机构的几何参数

构件	长度/m	质量/kg	转动惯量/($10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$)		
			I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
曲柄	0.020	0.019 6	0.392	3.92	1.97
连杆	0.122	0.141 6	17.743	3.92	177.43
摇杆	0.074	0.031 6	1.456	0.29	14.56

表 2 间隙球铰的相关参数

结构	半径/mm	泊松比	弹性模量/GPa	密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
球体	9.8	0.3	207	7 800
球座	10.0	0.3	207	7 800

表 3 铰接副的接触磨损参数

参数	数值
磨损率/($10^{-13} \text{ m}^3 \cdot \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)	5.05
摩擦因数	0.1
恢复系数	0.9

图 9、10 分别给出了球铰的接触力以及相对转角。由于间隙的存在,接触力并不平滑,在某些位置

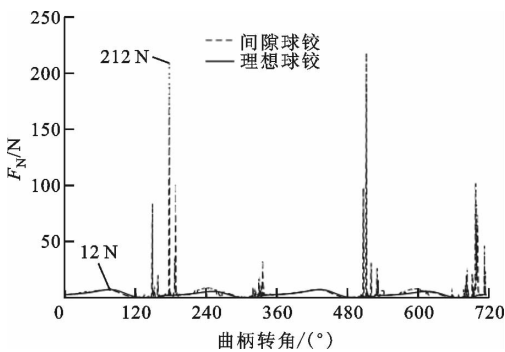


图 9 有、无间隙时球铰接触力对比

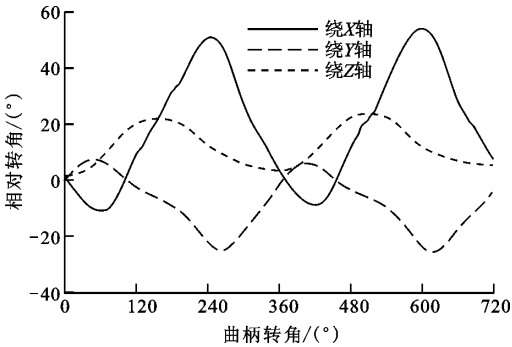


图 10 球体和球座相对转角

接触力剧烈增强,而相对转角的变化比较平缓。碰撞时刻接触力峰值可达到理想约束反力峰值的近 20 倍。图 11 给出了接触点位置分布情况。接触位置基本分布在纬度约 $-30^{\circ} \sim 80^{\circ}$ 之间,而经度几乎覆盖了所有区域。这是因为在曲柄横向牵引的作用下,导致接触主要发生在横向方位。图 12 给出了曲柄 100 转后球座表面的磨损情况,可见其磨损区域相对比较集中,磨损量峰值约为 $1.48 \times 10^{-7} \text{ m}$ 。图 13 给出了 10^5 转后球座表面的磨损情况,可见磨损区域明显扩大,这是由于磨损导致间隙的逐步扩展,碰撞加剧,碰撞次数增大,碰撞发生区域也扩大。但是,磨损明显的区域仍然主要位于纬度约 $-30^{\circ} \sim 80^{\circ}$ 之间,这一点与图 10 互相印证。磨损量峰值达到约 $2.1 \times 10^{-5} \text{ m}$,增长了 142 倍。

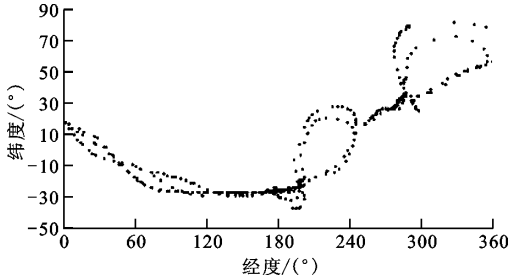


图 11 接触点位置分布情况

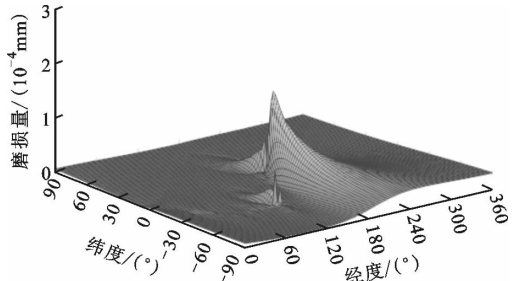


图 12 曲柄 100 转后球座表面磨损情况

本文方法与有限元方法相比较,接触应力分布及磨损量的计算可以与多体系统动力学以同一编程语言在同一计算程序内实现,而不是如文献[9]所

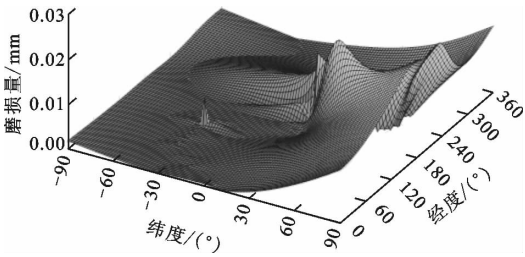


图 13 曲柄 10^5 转后球座表面磨损情况

示,采用其他商业软件进行接触分析,从而实现计算效率很高。本文采用的计算条件如下:经度方向离散节点数为 100,纬度方向离散节点数为 90,并且曲柄每隔 100 转更新一次接触表面各节点坐标。得到图 12、13 所示的磨损预测结果,耗时约为 83 min。如果基于有限元方法,并采用相同网格密度,其单次接触分析时间都以小时计,因此本文方法可大幅提高计算效率。当然,离散点越密集,计算精度越高,计算时间也相应增加。

4 结 论

本文提出采用查找表的方式存储接触界面离散点位置及磨损信息,通过位置信息快速检索来计算接触和磨损,从而实现了多体动力学、接触力学、磨损预测的一体化计算。通过空间连杆机构的间隙球铰的磨损分析,对所提方法进行了验证,得到以下结论。

(1)数据表的方式按给定规律存储球铰表面离散点的位置和磨损信息,通过检索查找表可快速定位接触点,从而直接利用查找表的位置信息进行接触计算。离散点的磨损信息亦存储于查找表,便于磨损量的累积,而磨损后接触轮廓一次计算后可通过整体更新查找表来实现磨损表面的更新。

(2)多体力学分析与接触磨损分析都采用同一几何模型,实现了多体动力学、接触力学、磨损预测的一体化计算,既避免了传统上采用商用有限元软件计算接触应力时多体力学计算和接触磨损计算模块互相独立的问题,又避免了有限元方法的计算成本高的问题,提高了计算效率。

(3)空间连杆机构的间隙球铰接触位置、磨损信息的结果可初步验证本文方法的正确性。本文方法精度取决于界面离散点密集程度,未来将寻求一种算法以实现离散点数增大后计算成本和计算精度的平衡。

参考文献:

[1] TIAN Qiang, PAULO F, LANKARANI H M. A

- comprehensive survey of the analytical, numerical and experimental methodologies for dynamics of multibody mechanical systems with clearance or imperfect joints [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2018, 122(4): 1-57.
- [2] FLORES P. Modeling and simulation of wear in revolute clearance joints in multibody systems [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44(8): 1211-1222.
- [3] PERSSON B N J. Sliding friction: physical principles and applications [M]. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1998: 166-171.
- [4] GOLDSMITH W. Impact: the theory and physical behaviour of colliding solids [M]. London, UK: Edward Arnold, 1960: 72-80.
- [5] LIU C S, ZHANG K, YANG R. The FEM analysis and approximate model for cylindrical joints with clearances [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2007, 42(2): 183-97.
- [6] LANKARANI H M, NIKRAVESH P E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems [J]. *Journal of Mechanical Design*, 1990, 112(3): 369-376.
- [7] FLORES P, MACHADO M, SILVA M T, et al. On the continuous contact force models for soft materials in multibody dynamics [J]. *Multibody System Dynamics*, 2011, 25(3): 357-375.
- [8] SU Y, CHEN W, TONG Y, et al. Wear prediction of clearance joint by integrating multi-body kinematics with finite-element method [J]. *Proceedings of IMechE: Part J Journal of Engineering Tribology*, 2010, 224(8): 815-823.
- [9] WANG G, LIU H, DENG P. Dynamics analysis of spatial multibody system with spherical joint wear [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2015, 137(2): 021605.
- [10] 杨芳, 陈渭, 李培. 接触力模型对含间隙铰接副多体系统分析的影响 [J]. *西安交通大学学报*, 2017, 51(11): 106-116.
- YANG Fang, CHEN Wei, LI Pei. Influence of contact force models on analysis of multibody systems involving joints with clearance [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(11): 106-116.
- [11] EHSAN A, FLORES P, DANE D, et al. Dynamic modeling and analysis of wear in spatial hard-on-hard couple hip replacements using multibody systems methodologies [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 82(1/2): 1039-1058.
- [12] ZHUPANSKA O I. Contact problem for elastic spheres: applicability of the Hertz theory to non-small contact areas [J]. *International Journal of Engineering Science*, 2011, 49(7): 576-588.
- [13] LIU C S, ZHANG K, YANG L. Normal force-displacement relationship of spherical joints with clearances [J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2006, 1(2): 160-168.
- [14] GUMMER A, SAUER B. Influence of contact geometry on local friction energy and stiffness of revolute joints [J]. *ASME Journal of Tribology*, 2012, 134(2): 021402.
- [15] MARQUES F, FLORES P, PIMENTA C J C, et al. A survey and comparison of several friction force models for dynamic analysis of multibody mechanical systems [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 86(12): 1407-1443.
- [16] MARQUES F, ISAAC F, DOURADO N, et al. A study on the dynamics of spatial mechanisms with frictional spherical clearance joints [J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2017, 12(5): 051013.
- [17] 宿月文, 陈渭, 郭彩霞. 应用 Winkler 弹性基础模型的间隙铰接副磨损预测 [J]. *摩擦学学报*, 2012, 32(4): 320-324.
- SU Yuewen, CHEN Wei, GUO Caixia. Wear prediction of clearance revolute joints using Winkler surface model [J]. *Tribology*, 2012, 32(4): 320-324.
- [18] ALEXANDER P. Improving the finite element simulation of wear of total hip prosthesis' spherical joint with the polymeric component [J]. *Procedia Engineering*, 2015, 100(12): 539-548.
- [19] ARGATOV I I. An approximate solution of the axisymmetric contact problem for an elastic sphere [J]. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2005, 69(2): 275-286.
- [20] FANG Xin, ZHANG Chunhua, CHEN Xun. A new universal approximate model for conformal contact and non-conformal contact of spherical surfaces [J]. *Acta Mechanica*, 2015, 226(6): 1657-1672.
- [21] 宿月文. 含间隙铰接副多体系统的摩擦学与动力学耦合问题研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2010: 61-66.

(编辑 武红江)